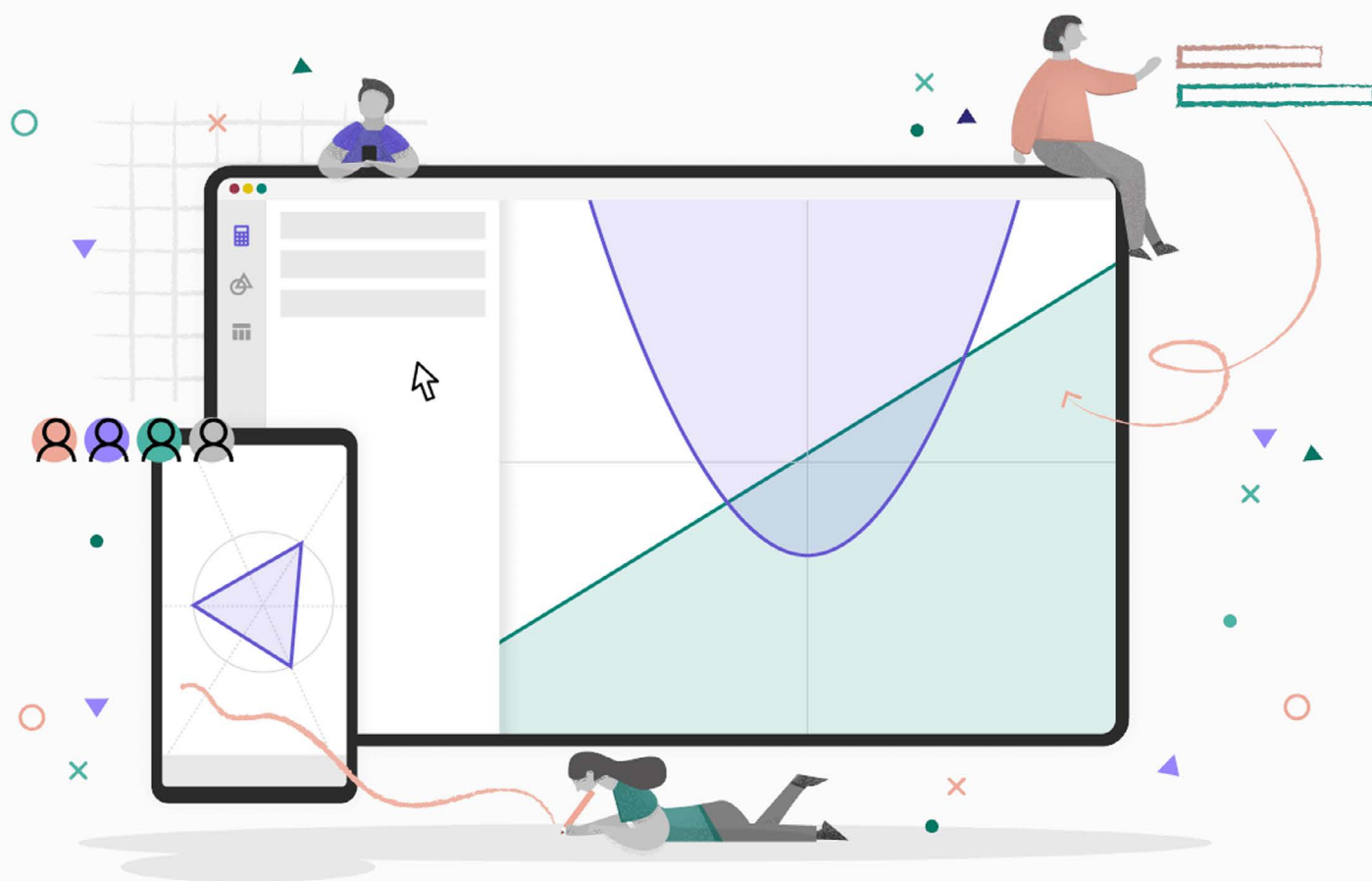




GeoGebra ve výuce

Ing. Schreiberová Petra, Ph.D.
Mgr. Morávková Zuzana, Ph.D.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
OP Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Moravskoslezský
kraj



Ing. Schreiberová Petra, Ph.D., Mgr. Morávková Zuzana, Ph.D.

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie, Fakulty strojní VŠB-TUO,
popularizátorky techniky a matematiky, vedoucí kroužků „Hry s GeoGebrou“,
autorky kurzů a workshopů na popularizaci matematiky.



Více na stránkách
Geogebra Institut:
ggi.vsb.cz

Obsah

1	Stručný úvod do programu GeoGebra	4
1.1	Základní informace.....	4
1.2	Uživatelské rozhraní	4
1.3	Nastavení	5
1.4	Náhledy.....	5
1.5	Vstupní pole.....	6
2	Objekty	7
2.1	Objekt a jeho vlastnosti.....	7
2.2	Volné a závislé objekty	8
2.3	Matematické funkce.....	9
2.4	Logická hodnota.....	10
2.5	Text.....	11
2.6	Posloupnost	12
2.7	Aktivní prvky	12
3	Možnosti webu geogebra.org	14
4	Práce s webem bez přihlášení	15
4.1	Jak najít vhodný materiál.....	15
4.2	Jak stáhnout ggb soubor	16
5	Možnosti pro přihlášené	17
5.1	Registrace a přihlášení.....	17
5.2	Jak vytvořit aktivitu (nahrát materiál).....	18
5.3	Kniha	20
5.4	Třída	21
	Řešené úlohy	23
	Kružnice a její části.....	24
	Krokování konstrukce	27
	Konstrukce trojúhelníku	29
	Funkce sinus.....	31
	Běhající hadi.....	32
	Nejmenší společný násobek	34
	Bakterie v mikroskopu	36

1 Stručný úvod do programu GeoGebra

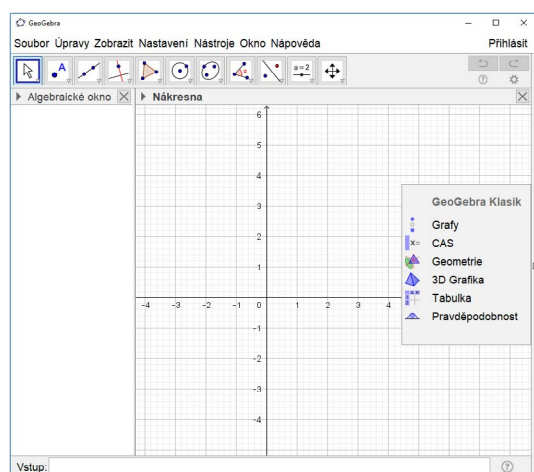
1.1 Základní informace

GeoGebra je volně šiřitelný matematický software pro studium a výuku, jehož předností je interaktivní grafika propojená s algebrou a také možnosti tabulkového procesoru. Lze ho použít k řešení úloh nejen z matematiky, geometrie, statistiky. K dispozici je řada volně přístupných výukových materiálů.

Program je volně dostupný na webu <http://geogebra.org>.

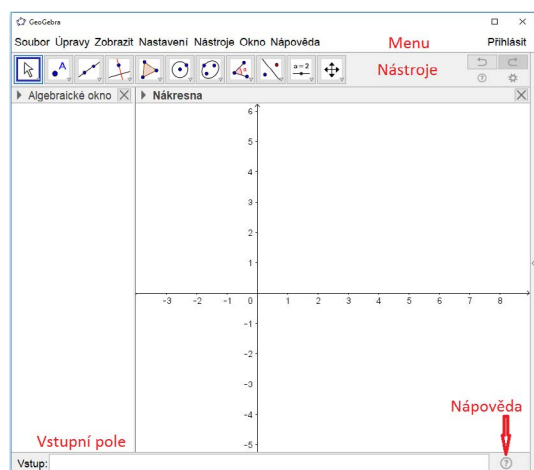
1.2 Uživatelské rozhraní

Po spuštění programu se zobrazí úvodní okno, Obrázek 1. Nevíme-li, kterou z aplikací vybrat, stačí kliknout do okna programu nebo stisknout klávesu Esc.



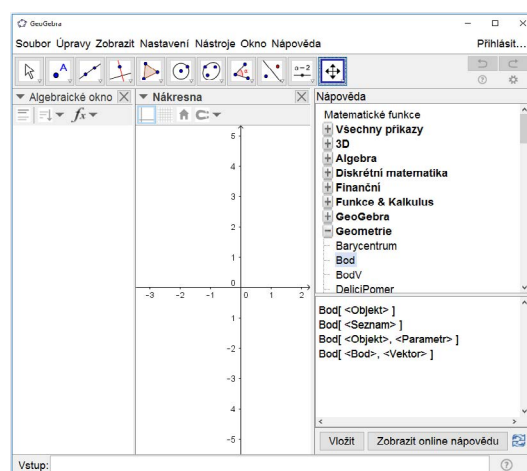
Obrázek 1: Program GeoGebra

Po spuštění (Obrázek 2) je **Algebraické okno** zobrazeno na levé straně a **Nákresna** vpravo. Nad těmito okny jsou umístěny lišty **Menu** a **Nástroje**. V dolní části se nachází **Vstupní**



Obrázek 2: Popis okna

pole pro zadávání příkazů a **Nápověda**. Nápovědu lze zobrazit kliknutím do pravého dolního rohu na symbol . Rozvine se nabídka příkazů. Na Obrázku 3 je ukázka nápovědy k příkazu Bod.



Obrázek 3: Otevření nápovědy

1.3 Nastavení

V položce menu **Nastavení** lze nastavit:

- **Zaokrouhlování:** počet zobrazených desetinných míst, při spuštění programu jsou nastavena dvě desetinná místa.
- **Velikost písma**
- **Jazyk**
- **Pro pokročilé:** možnost nastavení dalších vlastností, např. vlastnosti nákresny (barva, poměr os), uživatelské změny výchozích vlastností objektů.

1.4 Náhledy

V menu v položce **Zobrazit** je možno skrýt nebo zobrazit jednotlivé Náhledy. Aktuálně zobrazené Náhledy jsou označené zatržítkem. Každý náhled má svou vlastní sadu nástrojů.

- Algebraické okno
- Tabulka
- CAS
- Nákresna
- Nákresna 2
- Grafický náhled 3D

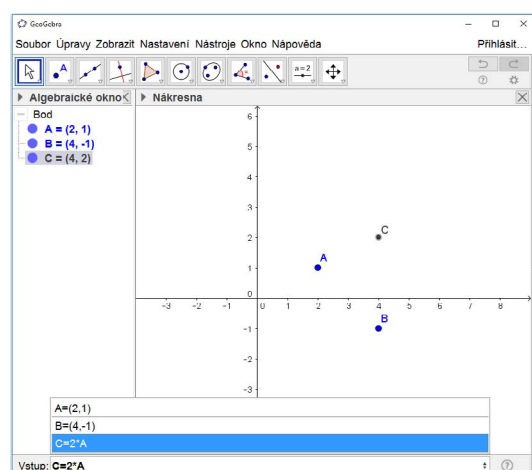
- Zápis konstrukce
- Pravděpodobnostní kalkulačka

1.5 Vstupní pole

Vstupní pole je obvykle umístěné ve spodní části okna GeoGebry. Prostřednictvím menu **Zobrazit - Rozvržení** můžeme Vstupní pole umístit také do horní části pod Nástroje. Do vstupního pole zapisujeme příkazy nebo zadáváme objekty pomocí klávesnice, nakonec potvrdíme klávesou Enter.

Historie vstupů

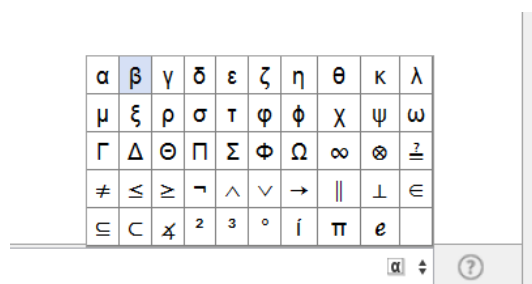
Po zadání a potvrzení alespoň jednoho příkazu ze Vstupního pole se na pravém konci **Vstupního pole** zobrazí symbol ↕, pomocí kterého lze procházet historii zadaných vstupů, viz. Obrázek 4.



Obrázek 4: Historie příkazů

Výběr znaků a symbolů

Nabídka **Výběr** je k dispozici u Vstupního pole na jeho pravém konci, Obrázek 5.



Obrázek 5: Otevření výběru

Zobrazí se kliknutím na symbol α (symbol uvidíte, když do Vstupního pole kliknete myší). Ve výběru naleznete řecké písmena, konstanty, symboly pro množinové nebo logické operace. V dalším textu příručky budou znaky z výběru podbarveny, např. β.

2 Objekty

2.1 Objekt a jeho vlastnosti

GeoGebra umožňuje pracovat s různými objekty, ať již geometrickými (např. bod, vektor, přímka, úsečka, kružnice, funkce) nebo obecnými (číslo, úhel, text). GeoGebra obsahuje i tzv. Aktivní objekty (posuvník, tlačítko).

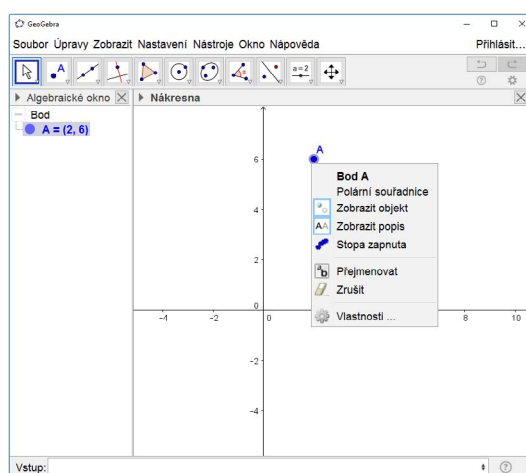
Každý objekt má svůj název, který mu program přidělí sám, nebo mu ho sami zvolíme při zadání příkazu. Název objektu se skládá z písmen, číslic a lze použít i symbol podtržítka pro dolní index, případně řecká písmena. Rozlišují se velká a malá písmena.

Vlastnosti objektu

U každého objektu lze měnit jeho název, vzhled a řadu vlastností.

Použijeme nástroj **Ukazovátko** a v Algebraickém okně nebo v Nákresně klikneme **pravým tlačítkem** myši na příslušný objekt a zobrazí se kontextová nabídka.

Každý typ objektu má v nabídce různé položky. Například nabídka pro bod je zobrazena na Obrázku 6.



Obrázek 6: Kontextová nabídka

Kliknutím na položku **Vlastnosti** každého objektu se otevře okno **Předvolby** (Obrázek 7). V záložce **Základní** vidíme název objektu v poli **Název**, jeho **Hodnotu** a případně **Popis**, což může být delší text obsahující mezery i diakritická znaménka.

Zatržítka **Zobrazit objekt** umožní zobrazit nebo skrýt daný objekt v Nákresně.

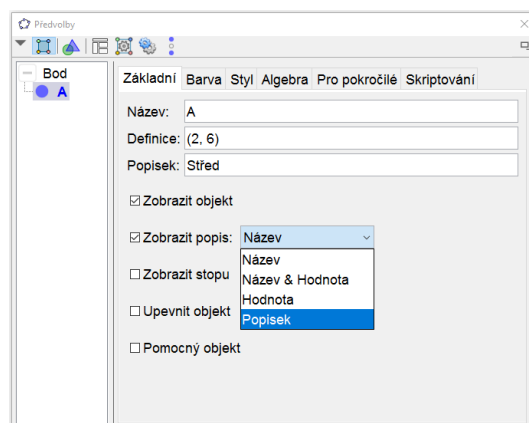
Lze změnit text, který se v Nákresně u objektu zobrazuje, a to v položce **Zobrazit popis**. Máme na výběr jeho **Název**, **Název & Hodnotu**, **Hodnotu** nebo **Popis**.

V záložce **Barva, Styl** lze měnit vzhled objektu.

Číslo a úhel

Číslo zadáme ze vstupního pole např. $a=125$. Desetinné číslo se zadává s desetinnou tečkou $b=13.45$.

Úhel zadáme ve stupních $\alpha=30^\circ$ nebo v radiánech $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Symboly pro stupně $^\circ$ a Ludolfovo číslo π jsou ve výběru, případně lze zadat i z klávesnice: $^\circ$, π .



Obrázek 7: Okno Vlastnosti

Bod

Bod lze zadat buď využitím Nástroje Nový bod  nebo zápisem do Vstupního pole. Například bod (v kartézských souřadnicích) zadáme takto: $A = (1, -8)$.

Chceme-li použít x -ovou souřadnici bodu A použijeme příkaz $x(A)$, analogicky y -ová souřadnice bodu A je dána $y(A)$.

Ve Vlastnostech bodu lze **Zapnout stopu**, kterou při svém pohybu bod v nákresně zanechává.

Operace a priorita operací

Seznam operací a jejich priorita jsou uvedeny v následujících tabulkách.

Operace

sčítání	+
odčítání	-
násobení	* nebo mezera
dělení	/
mocnina	^ nebo 2, 3

Priorita operací

priorita	operace
1.	^
2.	* /
3.	+ -

Ostatní užitečné symboly

desetinná tečka	.
závorky	()

2.2 Volné a závislé objekty

Každý objekt podle způsobu, jakým ho vytvoříme, je buď volný nebo závislý.

Příkladem volného objektu je Bod vytvořený nástrojem  kliknutím do nákresny, nebo zadáním do Vstupu $A = (2, 7)$.

Pokud klikneme nástrojem  na úsečku, přímku, mnohoúhelník, funkci, křivku nebo kuželosečku vznikne bod vázaný na daný objekt (např. $\text{Bod}(c)$).

Využitím nástroje  lze již vytvořený bod připojit či odpojit z objektu.

Příklad

Je dán bod A . Vytvořte bod B tak, že bude mít x -ovou souřadnici stejnou jako bod A a y -ová souřadnice bude mít hodnotu o 2 větší než je y -ová souřadnice bodu B .

Řešení:

Kdekoli do Nákresny (kromě os) zadáme bod A ( ^A, příp.).

Bod B zadáme ze Vstupního pole $B = (x(A), y(A) + 2)$.

Myší  chytíme bod A a pohneme s ním. Co se stane s bodem B ? Lze myší chytit i bod B a hýbat s ním?

Vyzkoušejte si

Je dán bod A . Vytvořte bod B tak, že

1. x -ová souřadnice bude stejná jako u bodu A a y -ová bude mít hodnotu 5;
2. x -ová souřadnice bude o 3 větší než u bodu A a y -ová bude mít hodnotu -1 ;
3. x -ová souřadnice bude stejná jako u bodu A a bude ležet na ose x .

2.3 Matematické funkce

Matematickou funkci zadáme do vstupního pole pomocí jejího funkčního předpisu (např. funkci sinus zadáme příkazem `sin(x)`). Program vytvoří objekt funkce a pojmenuje ho v pořadí $f, g, h, \dots$. Pokud chceme funkci pojmenovat sami nebo potřebujeme funkci v jiné proměnné než x , musíme zadat i její název: př. $f(x) = \sin(x)$, $s(t) = 1/t + 2$.

Pro zadání funkce na určitém intervalu použijeme příkaz `Funkce`.

Například funkci $f(x) = x^3$ na intervalu $\langle 0, 5 \rangle$ zadáme příkazem: `f=Funkce(x^3, 0, 5)`.

Seznam matematických funkcí

absolutní hodnota $ x $	<code>abs()</code>
druhá odmocnina $\sqrt{x}$	<code>sqrt()</code>
třetí odmocnina $\sqrt[3]{x}$	<code>cbrt()</code>
exponenciální funkce e^x	<code>exp()</code> nebo <code>e^x</code>
přirozený logaritmus $\ln(x)$	<code>ln()</code> nebo <code>log()</code>
dekadický logaritmus $\log(x)$	<code>lg()</code> nebo <code>log(10,)</code>
logaritmus o základu a $\log_a(x)$	<code>log(a,)</code>
sinus $\sin(x)$	<code>sin()</code>
kosinus $\cos(x)$	<code>cos()</code>
tangens $\tan(x)$	<code>tan()</code>
kotangens $\cot(x)$	<code>cot()</code>
arkussinus $\arcsin(x)$	<code>asin()</code> nebo <code>arcsin()</code>
arkuskosinus $\arccos(x)$	<code>acos()</code> nebo <code>arccos()</code>
arkustangens $\arctg(x)$	<code>atan()</code> nebo <code>arctan()</code>

Konstanty

Ludolfovo číslo $\pi = 3.14 \dots$	π nebo pi nebo Alt+p
Eulerovo číslo $e = 2.71 \dots$	e nebo Alt+e
nekonečno ∞	∞ nebo Alt+u
imaginární jednotka $i = \sqrt{-1}$	i nebo Alt+i

2.4 Logická hodnota

Zadání logické hodnoty

Logická (boolovská) hodnota může mít pouze dvě hodnoty a to buď `true` (pravda, platí) nebo `false` (nepravda, neplatí).

Můžeme ji zadat buď příkazem `a=true` (objektu `a` se přiřadí hodnota `true`), nebo můžeme dostat logickou hodnotu jako výsledek operace: například `a: k>2` (pokud je číslo `k` větší než 2, objektu `a` se přiřadí `true`, pokud je číslo `k` menší nebo rovno 2, přiřadí se objektu `a` hodnota `false`).

Seznam operací, jejichž výsledkem je logická hodnota jsou:

- **rovnost, nerovnost:** pro čísla, body, přímky, kuželosečky a jiné geometrické objekty;
- **porovnání:** je větší, je menší (lze použít pouze pro čísla);
- další operace jsou: množinová operace (je prvkem, používá se pro čísla a seznam čísel) a rovnoběžnost, kolmost (pro dvě přímky).

Relační operátory

Relační operátory jsou operátory, které porovnávají dva objekty a výsledkem je logická hodnota.

Rovnost, nerovnost

operace	výběr	klávesnice	příklad
rovnost	$\stackrel{?}{=}$	<code>==</code>	$a \stackrel{?}{=} b$ nebo <code>a == b</code>
nerovnost	$\neq$	<code>!=</code>	$a \neq b$ nebo <code>a != b</code>

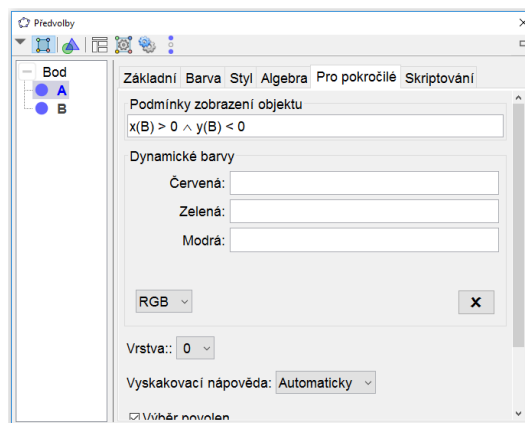
Porovnání hodnot (čísla a, b)

operace	výběr	klávesnice	příklad
menší než	$<$	<code><</code>	$a < b$ nebo <code>a < b</code>
větší než	$>$	<code>></code>	$a > b$ nebo <code>a > b</code>
menší nebo roven	$\leq$	<code><=</code>	$a \leq b$ nebo <code>a <= b</code>
větší nebo roven	$\geq$	<code>>=</code>	$a \geq b$ nebo <code>a >= b</code>

Logické operace

operace	výběr	kláv.	příklad
a (konjunkce)	$\wedge$	&&	a $\wedge$ b nebo a && b
nebo (disjunkce)	$\vee$		a $\vee$ b nebo a b
negace	$\neg$	!	$\neg$ a nebo !a

Nastavení podmínek zobrazení

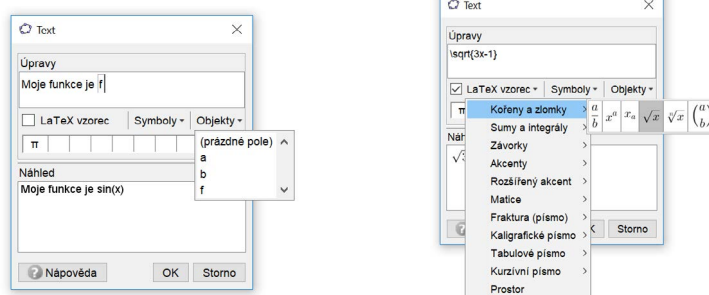


Obrázek 8: Podmínky zobrazení objektu

Každému objektu můžeme nastavit podmínky, za kterých bude zobrazen. Ve vlastnostech objektu, záložka **Pro pokročilé** je pole **Podmínky zobrazení objektu**. (Obrázek 8). Do tohoto pole lze zadat přímo logickou hodnotu nebo podmínku, která má logickou hodnotu.

2.5 Text

Text vložíme snadno pomocí nástroje **ABC**. Kromě běžného textu lze vložit také hodnoty proměnných, viz Obrázek 9 a). Zatrhneme-li možnost *Latex vzorec*, lze vkládat i různé matematické symboly, viz Obrázek 9 b).



Obrázek 9: a) Vložení dynamického textu

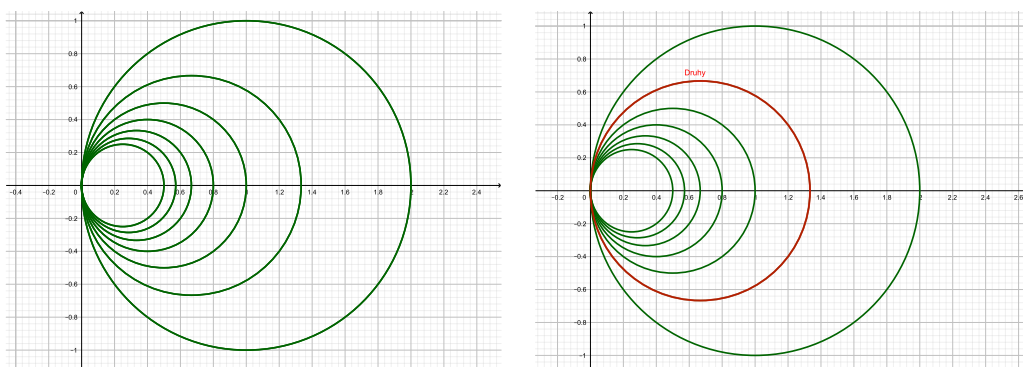
b) Vložení matematických symbolů

2.6 Posloupnost

Pomocí posloupnosti můžeme vytvořit seznam čísel, bodů nebo jiných objektů, které závisí na proměnné mezi zvolenou počáteční a koncovou hodnotou. V některých případech můžeme příkaz **Posloupnost** použít také jako náhradu za chybějící příkazy pro cykly.

V případě číselných posloupností stačí zadat maximálně tři číselné parametry. Příkaz `Posloupnost(1, 9, 3)` vytvoří seznam $\{1, 4, 7\}$ čísel od 1 s krokem 3, které jsou menší nebo rovny 9. Dva parametry vytvoří seznam celých čísel od první do druhé hodnoty. Příkaz `Posloupnost(4)` vytvoří seznam přirozených čísel $\{1, 2, 3, 4\}$ od 1 do hodnoty 4.

Více možností využití má varianta příkazu `Posloupnost(vyraz, promenna, pocatecni hodnota, konecna hodnota, krok)` nebo bez parametru `krok` (vynecháním je krok nastavený na 1). Například příkazem `MojeKruhy = Posloupnost(Kruznice((1/n, 0), 1/n), n, 1, 4, 0.5)` vytvoříme seznam kružnic s měnící se x -ovou souřadnicí středu a měnícím se poloměrem.



Obrázek 10: Ukázka posloupnosti kružnic a vybraného prvku

Všechny objekty v posloupnosti tvoří dohromady jeden objekt typu **Seznam**. K jednotlivým částem seznamu se můžeme dostat pomocí příkazu **Prvek** se dvěma parametry, první je název seznamu a druhý je číslo určující pořadí prvku v seznamu. Pokud chceme například z předchozího seznamu `MojeKruhy` vybrat v pořadí druhou kružnici (pro $n = 1.5$), použijeme `Druhy = Prvek(MojeKruhy, 2)` (Obrázek 10 vpravo).

2.7 Aktivní prvky

Posuvník

Posuvník je grafickou reprezentací čísla a umožní měnit jeho hodnotu v daném rozsahu.

Vytvoříme ho pomocí Nástroje **Posuvník** . Nastavíme jeho rozsah (minimální a maximální hodnotu) a krok.

Animace

Animaci spustíme ve Vlastnostech posuvníku – **Animace zapnuta**. Postupně se dynamicky mění hodnota posuvníku.

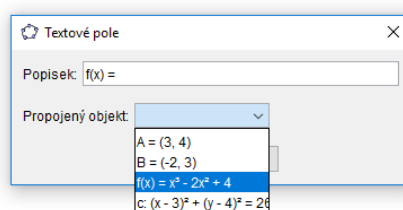
Ve vlastnostech Posuvníku můžeme nastavit rychlost a způsob opakování: **Oscilující** znamená, že hodnota posuvníku se mění od minimální po maximální a pak zase zpět k minimální, a tak stále dokola. Při nastavení **Rostoucí** se hodnota mění od minimální po maximální a při volbě **Klesající** naopak. Volbou **Rostoucí (jednoukrát)** lze zvolit pouze jeden cyklus opakování.

Při spuštění animace se objeví v levém dolním rohu náčrtný tlačítko na zastavení  a spuštění  animace.

Animaci lze vyexportovat do formátu gif. V Menu, položka Soubor, Export, zvolte **Grafický náhled jako animace GIF**.

Vložit textové pole

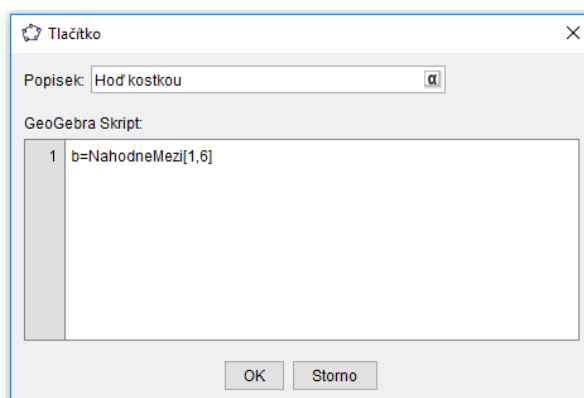
Nástrojem  **Vložit textové pole** můžeme zadávat hodnoty daného objektu pomocí pole. Popisek je text, který bude zobrazen u textového pole. Důležitý je výběr **Propojený objekt**, kde z již existujících objektů vybereme ten, jehož hodnotu budeme chtít pomocí pole měnit.



Obrázek 11: Vložit textové pole

Tlačítko

Nástroj  **Tlačítko** umožní vytvořit tlačítko, pomocí kterého lze spustit tzv. GeoGebraSkript, což je posloupnost příkazů, které se jeden za druhým vykonají. Skript lze dále upravovat ve Vlastnostech Tlačítka.

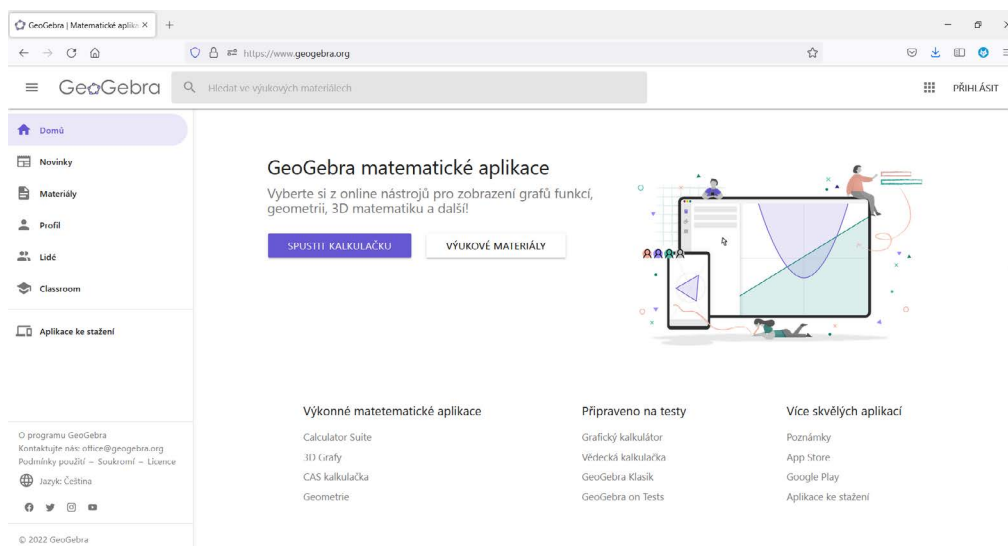


Obrázek 12: Tlačítko

3 Možnosti webu geogebra.org

Na webu geogebra.org lze:

- spustit GeoGebru nebo její části,
- stáhnout instalační soubory pro různé platformy,
- nalézt materiály jiných autorů,
- vytvořit vlastní materiál – aktivitu, knihu, třídu,
- sledovat tvorbu jiných autorů,
- sdílet s ostatními své materiály.

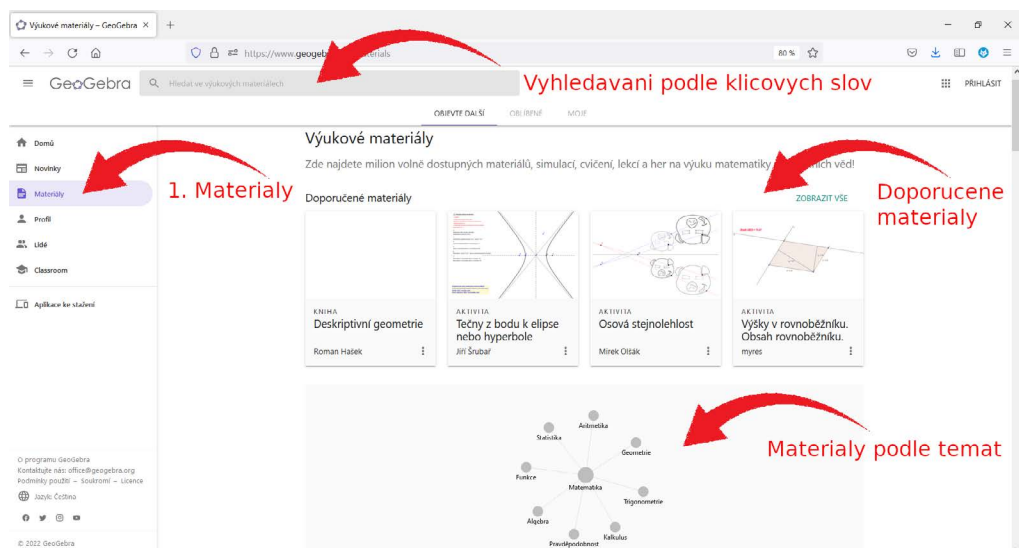


Obrázek 13: geogebra.org

4 Práce s webem bez přihlášení

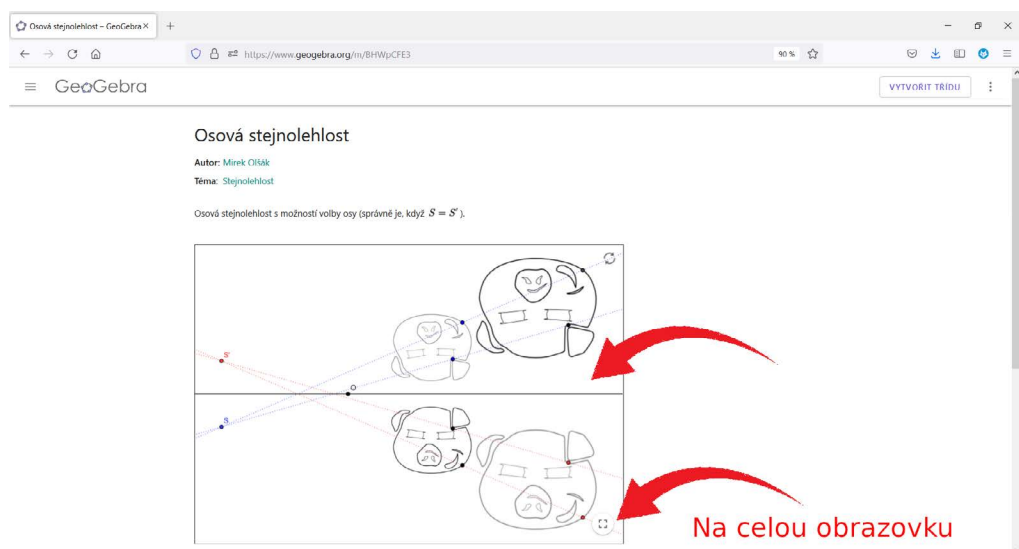
4.1 Jak najít vhodný materiál

V menu zvolíme položku **Materiály**, která nás zavede na stránku s možností vyhledávat materiály podle klíčových slov, nebo si vybrat z doporučených nebo procházet pavoukem podle témat (Obrázek 14).



Obrázek 14: Materiály

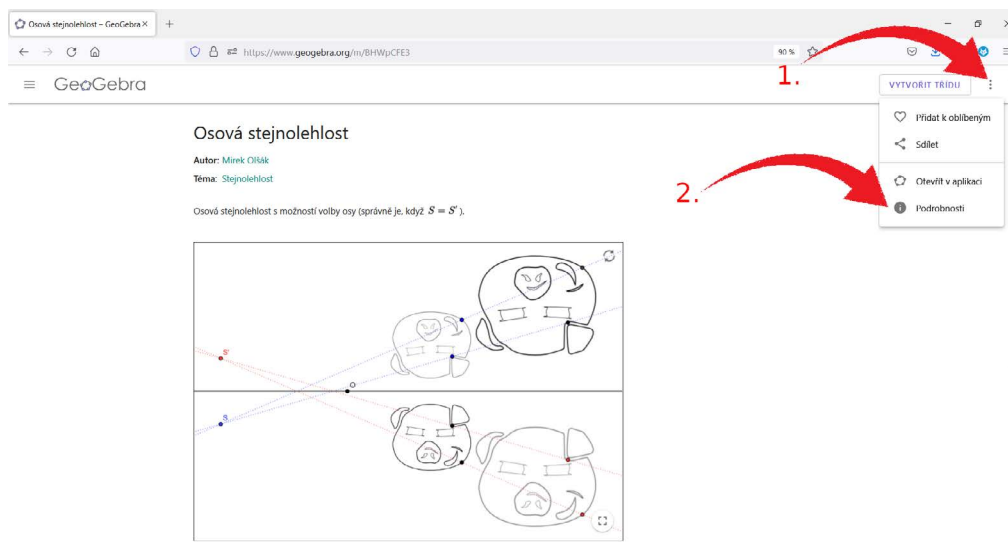
Nalezený materiál si můžeme ihned na stránce vyzkoušet (Obrázek 15).



Obrázek 15: Spuštění

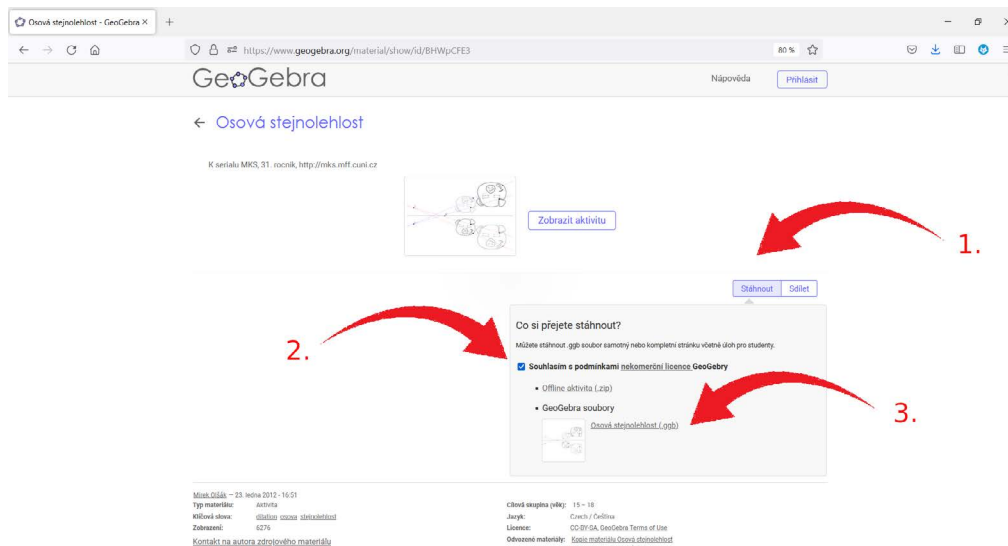
4.2 Jak stáhnout ggb soubor

Pokud materiál chceme stáhnout, tak z kontextového menu vybereme vpravo nahoře **Podrobnosti** (Obrázek 16).



Obrázek 16: Podrobnosti

A vybereme **Stáhnout** a dále zatrhneme **Souhlas s podmínkami** a pak již vidíme samotný ggb soubor, který si lze uložit do svého počítače (Obrázek 17).

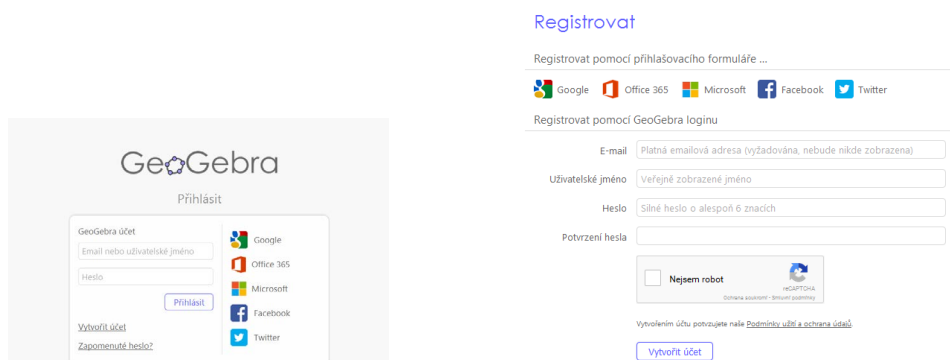


Obrázek 17: Stáhnout

5 Možnosti pro přihlášené

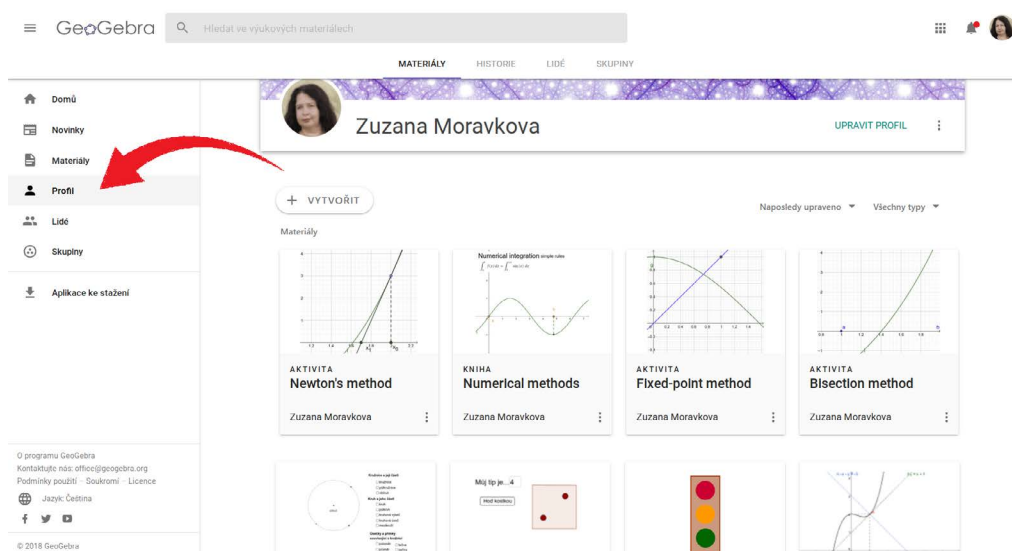
5.1 Registrace a přihlášení

Na webu se přihlásíme pomocí konta na uvedených sítích či službách, nebo snadno vytvoříme účet pomocí registrace přímo na [geogebra.org](https://www.geogebra.org) (Obrázek 18).



Obrázek 18: Přihlášení, registrace

Po přihlášení v levém menu v položce **Profil** najdeme stránku s našimi aktivitami, knihami, oblíbenými materiály (Obrázek 19).

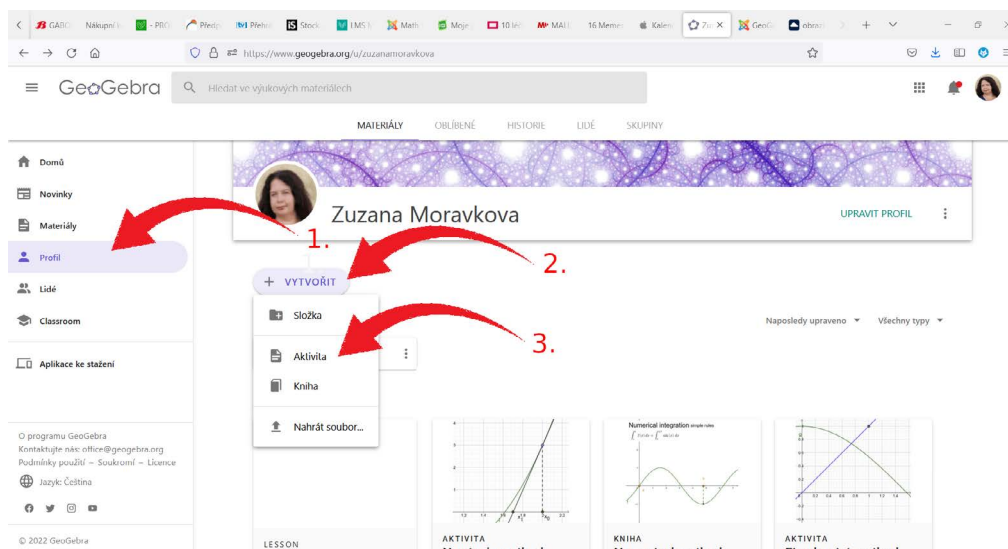


Obrázek 19: Materiály

5.2 Jak vytvořit aktivitu (nahrát materiál)

Aktivitu může tvořit jeden i více prvků jako je GeoGebra soubor, Otázka, PDF soubor nebo video. Vše doplníme informací o věku cílové skupiny, jazyku.

Ze stránky s profilem (Obrázek 20) vybereme položku **Vytvořit – Aktivita**.



Obrázek 20: Nová aktivita

Otevře se stránka (Obrázek 21), která nám umožní vložit GeoGebra soubor.



Obrázek 21: Vkládání ggb souboru

Vložení GeoGebra souboru



Můžeme nahrát soubor ze svého počítače nebo vybrat z již nahraných na webu:

hledat applet – vyhledávání mezi nahranými applety, a to jak svými, tak jiných uživatelů,

nahrát applet – nahrání appletu (ggb souboru) ze svého počítače,

vytvořit applet – vytvoření appletu v online verzi GeoGebry.

Úroveň sdílení

Nahranému souboru vybereme jednu z úrovní sdílení:

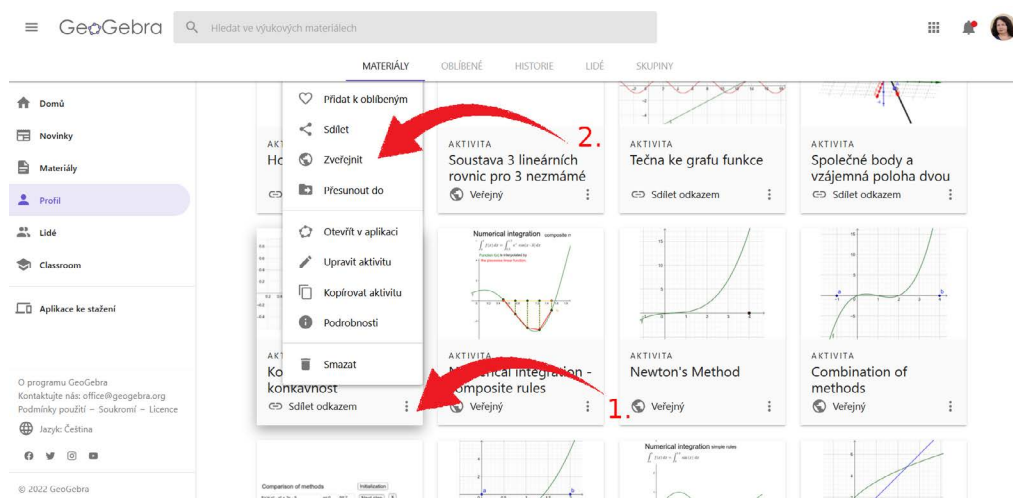
veřejný – je volně dostupný všem na webu geogebra.org,

sdílet odkazem – mohou ho vidět i ostatní, znají-li odkaz ,

soukromý – materiál vidí pouze autor.

Zveřejnění aktivity

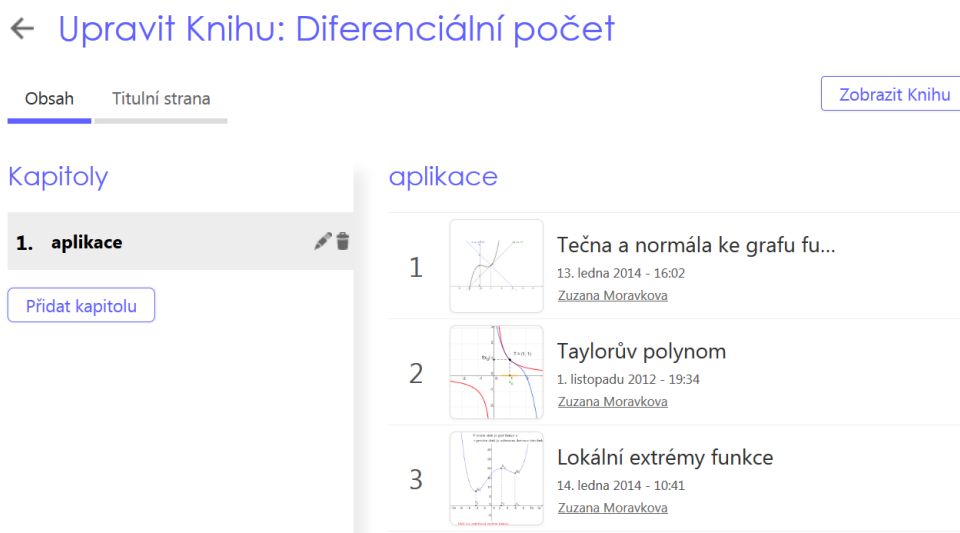
Aktivitu zveřejníme volbou **Zveřejnit** z kontextového menu (Obrázek 22).



Obrázek 22: Zveřejnění

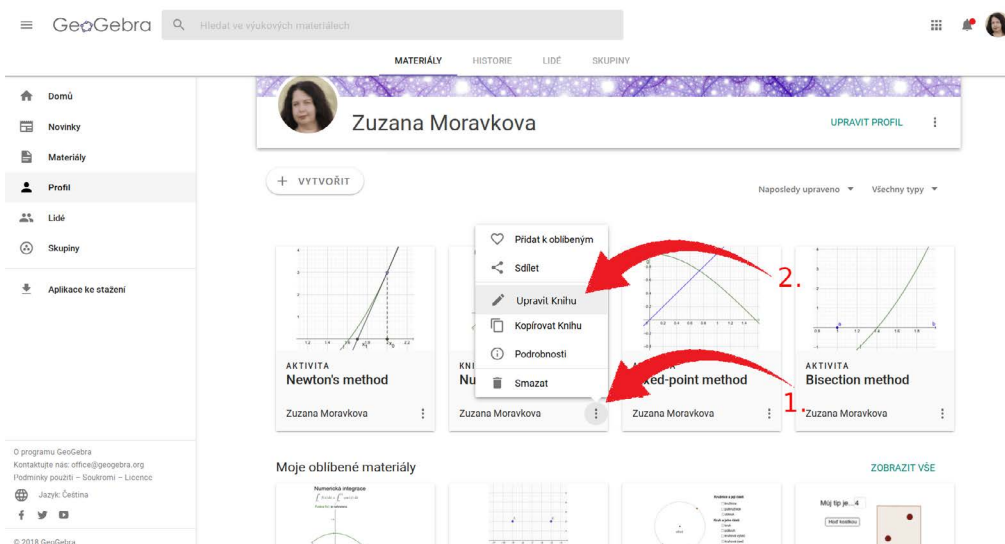
5.3 Kniha

Kniha slouží ke sdružování jednotlivých aktivit, vkládat je možné nejen své aktivity, ale i aktivity jiných uživatelů. Knihu vytvoříme kliknutím na **Vytvořit – Kniha**. Kniha má titulní stranu, na které je uveden název, jazyk, věk cílové skupiny, klíčová slova a forma sdílení. Pořadí kapitol měníme pouhým přetažením myši, stejně jako pořadí pracovních listů v kapitolách (Obrázek 23).



Obrázek 23: Tvorba knihy

Vytvořenou knihu pak upravujeme obdobně jako jiné aktivity, tedy u příslušné knihy rozklikneme kontextové menu (Obrázek 24).



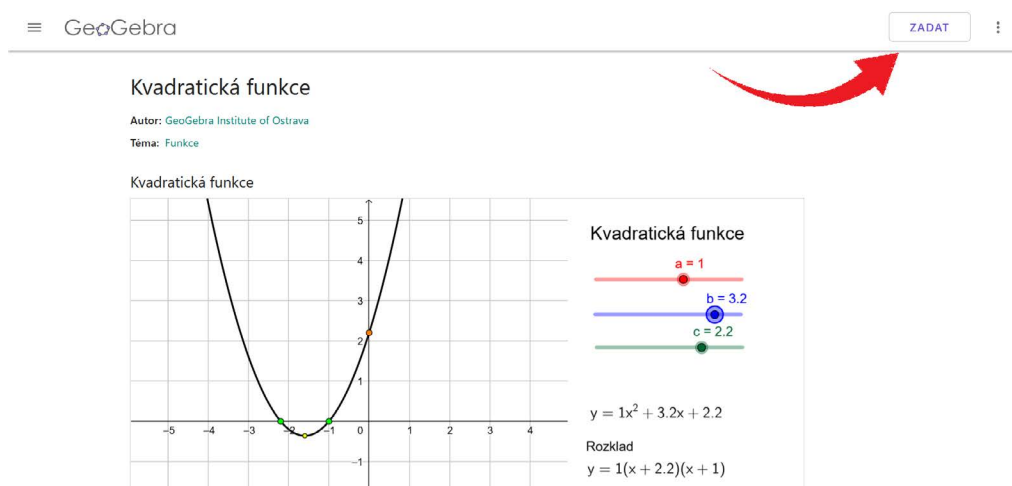
Obrázek 24: Úprava knihy

5.4 Třída

GeoGebra Třída je virtuální platforma, díky které mohou učitelé:

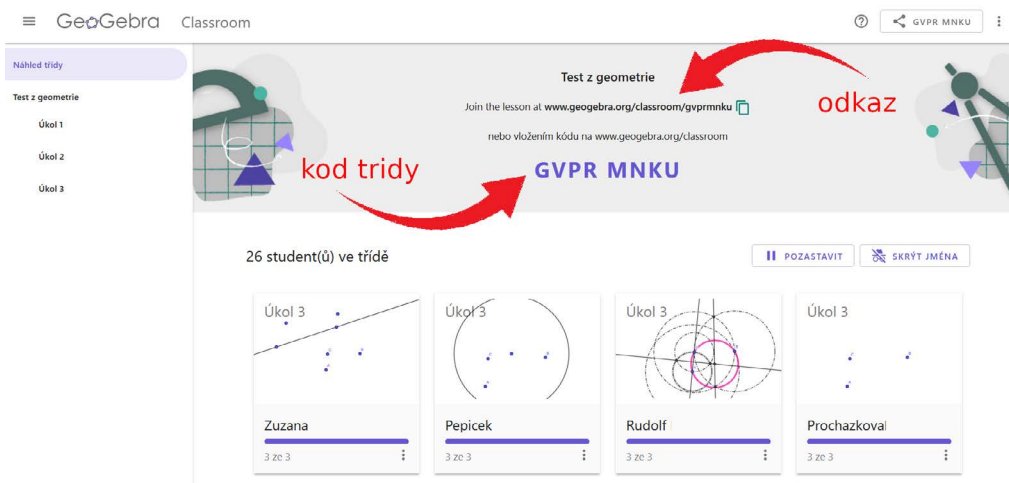
- vytvářet a zadávat interaktivní poutavé úkoly pro studenty,
- sledovat živě práci studentů na daných úkolech,
- sledovat, na kterém úkolu studenti zrovna pracují a které jsou ještě nedotčené,
- dotazovat se hromadně celé třídy na otázky, na které mohou rovnou odpovídat,
- skrýt jejich jména v případě zobrazování odpovědi na otázky,
- přidat do GeoGebra Třídy i dalšího učitele, který bude mít stejné možnosti.

Třidu snadno vytvoříte z jakékoli Aktivity nebo Knihy, a to kliknutím na tlačítko **Zadat** vpravo nahoře (Obrázek 25).



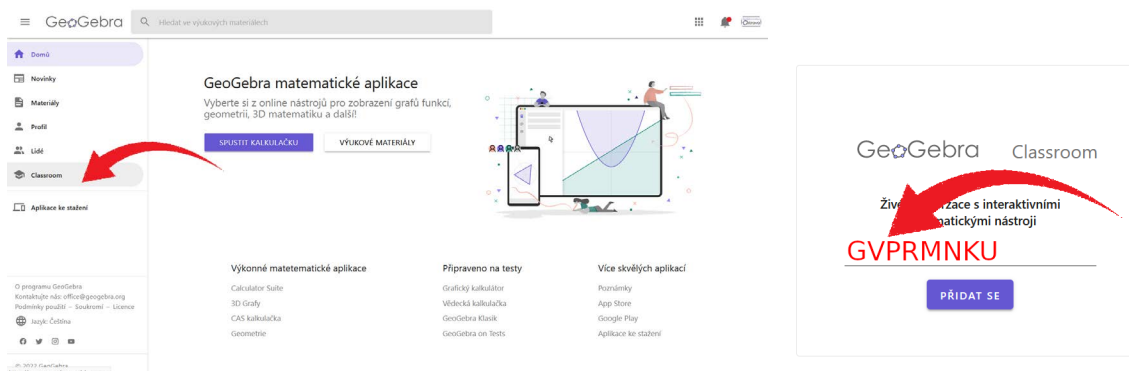
Obrázek 25: Vytvoření třídy

Poté učitel uvidí třídu, kde najde osmimístný kód třídy a také přímý odkaz na připojení (Obrázek 26).



Obrázek 26: Pohled učitele na vytvořenou třídu a práci studentů

Studenti se pak snadno zapojí buď kliknutím na daný odkaz, nebo přes stránky geogebra.org – položka menu **Classroom**, kde napíše kód dané třídy (Obrázek 27).

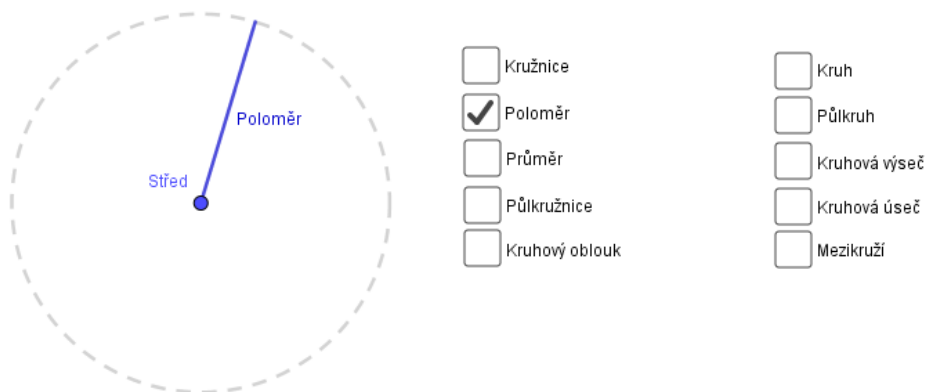


Obrázek 27: Zapojení studenta do třídy

Řešené úlohy

Kružnice a její části

Zadání: Vytvořte applet, ve kterém se budou na zaškrťovací políčko zobrazovat jednotlivé části kružnice a kruhu.



Nejprve uděláme podkladovou kružnici a poté budeme vytvářet konstrukce jednotlivých útvarů včetně zaškrťovacích políček. Vypneme osy a mřížku.

1.		Vytvoříme kružnici c danou středem A a bodem B. Bodu A dáme popisek <i>Střed</i> , barvu kružnice nastavíme na šedou a <i>Styl</i> čar na čárkovanou.
----	--	---

Kružnice

2.		Vytvoříme kružnici d danou středem A a bodem B. Kružnici dáme popisek <i>Kružnice</i> , barvu nastavíme na červenou a <i>Tloušť</i> ku čáry na hodnotu 5.
3.		Do náčrtny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s kružnicí d. Do popisku napíšeme <i>Kružnice</i> .

Poloměr

4.		Vytvoříme úsečku f spojující body A a B. Dáme ji název <i>Poloměr</i> , nastavíme barvu na modrou a <i>Tloušť</i> ku čáry na hodnotu 5.
5.		Do náčrtny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s úsečkou f. Do popisku napíšeme <i>Poloměr</i> .

Průměr

6.		Vložíme bod C na kružnici c.
7.		Pomocí středové souměrnosti vytvoříme obraz C' bodu C.
8.		Vytvoříme úsečku g spojující body C a C'. Dáme ji název <i>Průměr</i> , nastavíme barvu na žlutou a <i>Tloušť</i> ku čáry na hodnotu 5.
9.		Do náčrtny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s úsečkou g. Do popisku napíšeme <i>Průměr</i> .

Půlkružnice

10.		Vybereme nástroj Polokružnice nad dvěma body a vytvoříme půlkružnici h mezi body C a C' . Dáme ji popisek <i>Půlkružnice</i> , nastavíme barvu na světle modrou a Tloušť ku čáry na hodnotu 5.
11.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s půlkružnicí h . Do popisku napíšeme <i>Půlkružnice</i> .

Kruhový oblouk

12.		Vytvoříme kruhový oblouk k daný středem A a body B a C' . Dáme mu popisek <i>Oblouk</i> , nastavíme barvu na hnědou a Tloušť ku čáry na hodnotu 5.
13.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s obloukem k . Do popisku napíšeme <i>Oblouk</i> .

Vyplněné části vytvoříme pomocí stejných nástrojů, které jsme použili například při tvorbě kružnice nebo kruhového oblouku. Jediným rozdílem je nastavení Předvolby Neprůhlednosti na nenulovou hodnotu.

Kruh

14.		Vytvoříme kružnici p danou středem A a bodem B . Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na růžovou a dáme popisek <i>Kruh</i> .
15.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s kružnicí p . Do popisku napíšeme <i>Kruh</i> .

Půlkruh

16.		Vybereme nástroj Polokružnice nad dvěma body a vytvoříme půlkružnici q mezi body C a C' . Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na zelenou a dáme popisek <i>Půlkruh</i> .
17.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s půlkružnicí q . Do popisku napíšeme <i>Půlkruh</i> .

Kruhová výseč

18.		S využitím nástroje Kruhová výseč vytvoříme r se středem A a body C' , B . Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na světle modrou a dáme popisek <i>Kruhová výseč</i> .
19.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s kruhovou výsečí r . Do popisku napíšeme <i>Kruhová výseč</i> .

Kruhová úseč

20.		Vytvoříme kruhový oblouk s daný středem A a body B a C. Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na žlutou a dáme popisek Kruhová úseč.
21.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s kruhovým obloukem s. Do popisku napíšeme <i>Kruhová úseč</i> .

Mezikruží

Mezikruží vytvoříme tak, že sestrojíme dva kruhy se stejným středem a různými poloměry, které se překrývají.

22.		Vytvoříme kružnici t danou středem A a bodem B. Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na oranžovou.
23.		Vytvoříme kružnici c_1 danou středem A a bodem D, který umístíme kdekoli v dovnitř kružnice t . Nastavíme Neprůhlednost na hodnotu 100, barvu na bílou a dáme popisek Mezikruží.
23.		Do nákresny vložíme zaškrťovací pole a propojíme s kružnicemi t a c_1 . Do popisku napíšeme <i>Mezikruží</i> .

Pokud při vytváření mezikruží zaměníme pořadí kroků 22 a 23, potom musíme kružnici c_1 o menším poloměru nastavit ve *Vlastnostech* v záložce *Pro pokročilé* hodnotu *Vrstva* na 1.

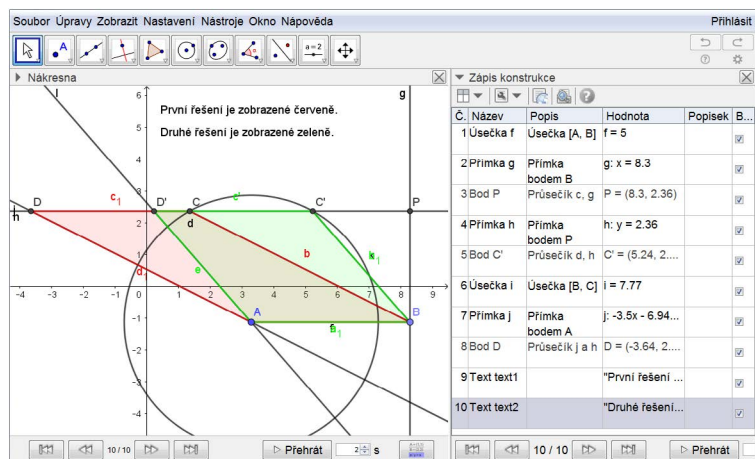
Body B, C, C', D dáme nezobrazovat.



<https://www.geogebra.org/m/DX5NEEK6>

Krokování konstrukce

Zadání: Vytvoříme v GeoGebře geometrickou konstrukci a pomocí Zápisu konstrukce určíme krokování jen po vybraných krocích.



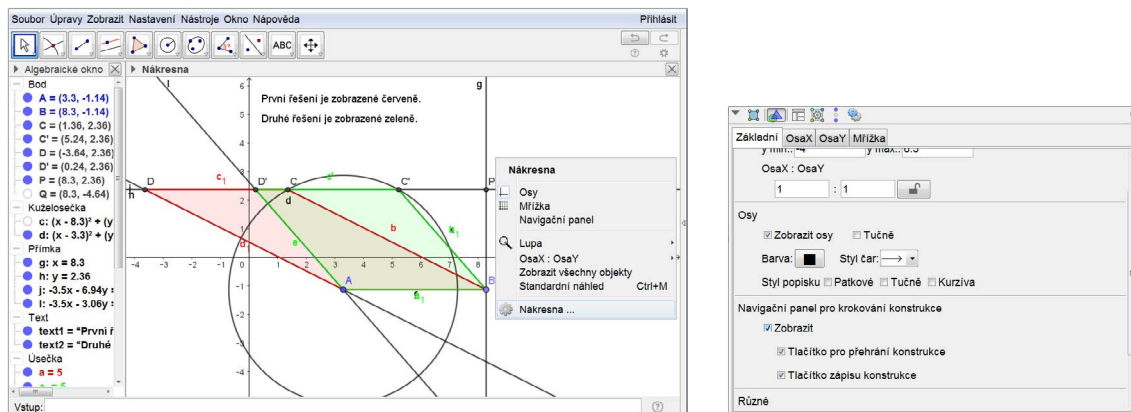
Zobrazení výsledného krokování

Nejdříve si vybereme konstrukční úlohu. Sestrojíme rovnoběžník, jestliže známe jednu stranu $|AB| = 5$ cm, výšku na zadanou stranu $v = 3.5$ cm a délku úhlopříčky $|AC| = 4$ cm.

1.		Pomocí nástroje Úsečka s pevnou délkou sestrojíme stranu AB délky 5.
2.		Bodem B vedeme kolmici g k úsečce AB.
3.		Sestrojíme kružnici c se středem v B a poloměrem $v = 3.5$
4.		Nalezneme průsečíky kružnice c a kolmice g. Průsečík nad úsečkou AB přejmenujeme na P, druhý průsečík přejmenujeme na Q a skryjeme. Skryjeme také pomocnou kružnici c.
5.		Bodem P vedeme rovnoběžku h se stranou AB.
6.		Sestrojíme kružnici d se středem A a poloměrem $ AC = 4$
7.		Nalezneme průsečíky kružnice d s rovnoběžkou h a přejmenujeme je na C a na C'.
8.		Sestrojíme úsečku BC.
9.		Bodem A vedeme rovnoběžku j s úsečkou BC.
10.		Nalezneme průsečík rovnoběžky j s rovnoběžkou h a označíme ho D.
11.		Vytvoříme mnohoúhelník ABCD, změníme ve Vlastnostech jeho barvu na červenou.
12.	ABC	Vytvoříme text "První řešení je zobrazené červeně".

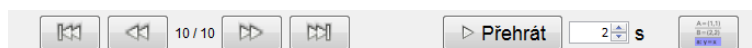
Kroky 8-12 zopakujeme pro druhý průsečík C' (začneme úsečkou BC'). Obdržíme mnohoúhelník $ABC'D'$, který obarvíme zeleně a přidáme text "Druhé řešení je zobrazené zeleně".

Celý postup si můžeme krok po kroku zopakovat tak, že klikneme pravým tlačítkem myši do nákresny, vybereme poslední řádek Nákresna... a v otevřeném okně zaškrtneme *Zobrazit Navigační panel pro krokování konstrukce*.



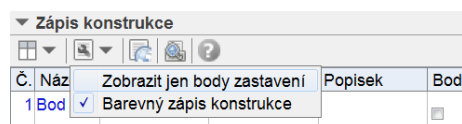
Vlastnosti Nákresny

Šípkami na zobrazené krokovací liště se můžeme vrátit o několik kroků zpět, nebo až na začátek. Můžeme si také celou konstrukci přehrát s nastavenou dobou jednoho kroku.



Krokovací lišta

GeoGebra umožňuje zkrátit počet kroků konstrukce tím, že několik po sobě jdoucích kroků zobrazí najednou. Výběr kroků provedeme v okně *Zápis konstrukce*, který zobrazíme buď ikonou vpravo v Navigačním panelu pro krokování konstrukce, nebo přímo z hlavního Menu v položce *Zobrazit*. Pod názvem okna *Zápis konstrukce* rozbalíme první nabídku a přidáme *Bod zastavení* (poslední řádek). Zaškrtneme pozice, na kterých se má krokování zastavit, například kroky 3,4,6,7,9,10,11,12,14,19. Podobně rozbalíme druhou nabídku a vybereme *Zobrazit jen body zastavení*, zůstane nám jen 10 kroků místo původních 19. Neoznačené kroky se skryjí.



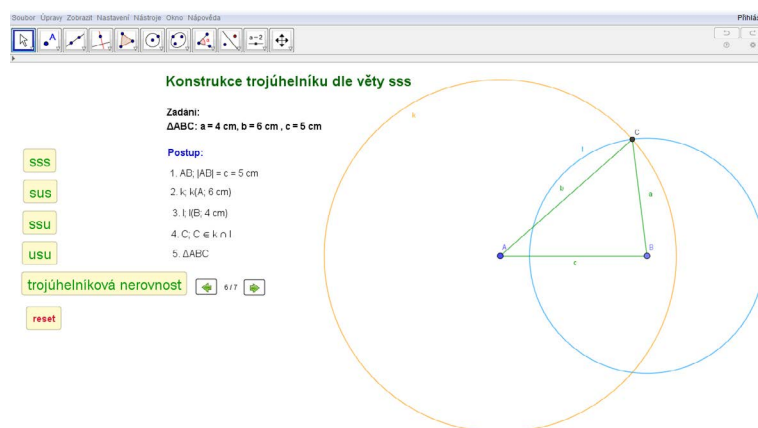
Záhlaví okna Zápis konstrukce

V nákresně si můžeme zkontrolovat, zda jsme zvolili vhodné body zastavení. Nakonec skryjeme *Zápis konstrukce*, *Vstup* a *Algebraické okno*.

Poznámka: V Zápisu konstrukce lze dvojím kliknutím vybrat kterýkoliv krok a posunem myši ho přesunout na jinou vhodnou pozici (některé přesuny nejsou možné z důvodu návaznosti), nebo ho smazat (smazání může ovlivnit existenci jiných objektů). Za vybraný krok lze také vložit nové kroky.

Konstrukce trojúhelníku

Zadání: Vytvoříme pomůcku pro výuku konstrukce trojúhelníku podle věty sss.



1.	ABC	Do náčrtny postupně vložíme text pro zadání, postup a jednotlivé kroky konstrukce.
----	-----	--

Konstrukce

2.		Klikneme do náčrtny a zadáme délku strany c .
3.		Postupně sestrojíme 2 kružnice. První má střed v bodě A a poloměr je délka strany b . Druhá je se středem v bodě B a poloměrem je délka strany a .
4.		Najdeme bod C jako průsečík kružnic. Druhý průsečík skryjeme.
5.		Na náčrtně postupně zvolíme tři body (vrcholy hledaného trojúhelníku). Trojúhelník ukončíme tím, že znovu klikneme na počáteční vrchol. Ve vlastnostech Barva trojúhelníku dáme Neprůhlednost na 0.

Krokování konstrukce

6.		Do vstupu zadáme: $\text{krok} = 0, \text{pocetKroku} = 7$. Ve vlastnostech posuvníku krok upravíme hodnoty: $\text{min} = 0, \text{max} = \text{pocetKroku}, \text{Krok} = 1$.
7.	ABC	Do náčrtny vložíme text s využitím objektů: krok / pocetKroku .
8.		Vybereme nástroj tlačítko a v náčrtně vytvoříme 2 tlačítka pro krokování konstrukce. Ve vlastnostech stylu tlačítek vybereme obrázky pro šipky a vložíme skripty: $\text{NastavitHodnotu}(\text{krok}, \text{krok} - 1)$ a $\text{NastavitHodnotu}(\text{krok}, \text{krok} + 1)$.

U objektů a textů ke konstrukci nadefinujeme *Podmínky zobrazení objektu* podle konkrétního kroku v konstrukci. Například takto (pro popis kroků pomocí textu obdobně):

Bodu A, B vložíme do *Podmínky zobrazení objektu* $\text{krok} > 1$ a bodu C navolíme $\text{krok} > 4$. Úsečky z A do B vložíme do *Podmínky zobrazení objektu* $\text{krok} > 1 \wedge \text{krok} < 6$. Jednotlivým kružnicím postupně: $\text{krok} > 2 \wedge \text{krok} < 7, \text{krok} > 3 \wedge \text{krok} < 7$.

Stranám trojúhelníku ABC vložíme do *Podmínky zobrazení objektu* krok > 5 .

Modifikace úlohy – trojúhelníková nerovnost

Strany a, b, c nemusíme zadávat konkrétně. Chceme s využitím věty sss sestavit libovolný trojúhelník spolu s ověřením, zda je možno trojúhelník sestavit.

9.		Vytvoříme posuvníky reprezentující délky stran trojúhelníku a, b, c od 1 do 5 s krokem 0.1.
----	---	---

V zápisu konstrukce i samotné konstrukci stačí jen upravit hodnoty délek stran z konkrétních na obecné.

Pro kontrolu, zda je splněna trojúhelníková nerovnost vložíme texty s ověřením.

10.	ABC	Vytvoříme text pro první variantu: $a + b > c$ a na druhý řádek konkrétně s využitím objektů $\boxed{a} + \boxed{b} > \boxed{c}$. Obdobně text pro další možnosti: $a + c > b, b + c > a$.
-----	-----	--

Chceme, aby se text zobrazil pouze v případě, kdy je nerovnost splněna. K tomu potřebujeme určit hodnoty součtů a nastavit u textů *Podmínky zobrazení objektu*.

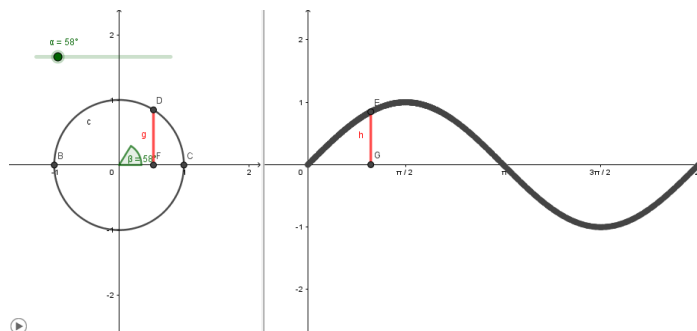
11.		Do vstupu zadáme postupně tyto příkazy: $m = a + b, n = a + c, r = b + c$.
12.		Ve vlastnostech textu ověřující první nerovnost (<i>Pro Pokročilé</i>) nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> : $\text{krok} > 6 \wedge m > c$. Obdobně pro další dva texty.



<https://www.geogebra.org/m/mBYAbNBQ>

Funkce sinus

Zadání: Modelujte funkci sinus pohybem bodu po jednotkové kružnici.

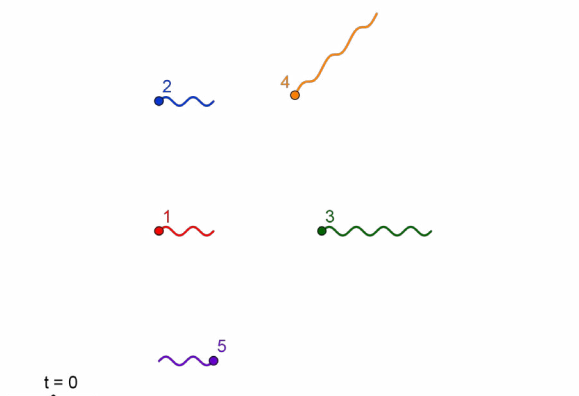


1.		Kružnice c daná středem $A = [0, 0]$ a poloměrem 1.
2.		Vytvoříme posuvník: Úhel, Název: α , Interval: od 0° do 360° .
3.		Vytvoříme průsečíky B a C kružnice c s osou x.
4.		Vytvoříme Úhel dané velikosti, vybereme nástroj, klikneme na bod C, pak na bod A, do vstupního pole zapíšeme α . Vzniklý bod C' přejmenujeme na D.
5.		Převědeme úhel α do radiánů. Do vstupního pole zadáme $\text{alfarad} = \alpha / (180^\circ) * \pi$
6.		Vyrobíme bod $E = (\text{alfarad}, y(D))$. Zapneme stopu a bod E umístíme do druhé nákresny: Vlastnosti bodu E, Zobrazit stopu, Pro pokročilé, Nákresna 2. Zobrazíme okno Nákresna 2.
7.		Změníme škálování osy x. Klikneme pravým tlačítkem myši do druhé nákresny, Nákresna, Osa X, Vzdálenost, z vedlejšího pole vybereme $\pi/2$.
8.		Kolmice f na osu x procházející bodem D.
9.		Průsečík F kolmice f s osou x. Kolmici f skryjeme.
10.		Úsečka DF. Barva: červená, Styl: Tloušťka čáry 7.
11.		Bod $G = (\text{alfarad}, 0)$. Bod G umístíme do Nákresna 2.
12.		Úsečka EG. Barva: červená, Styl: Tloušťka čáry 7.
13.		Skryjeme nepotřebné prvky, klikneme pravým tlačítkem myši na posuvník a vybereme Animace zapnuta. Ve vlastnostech posuvníku změníme animaci z Oscilující na Rostoucí.



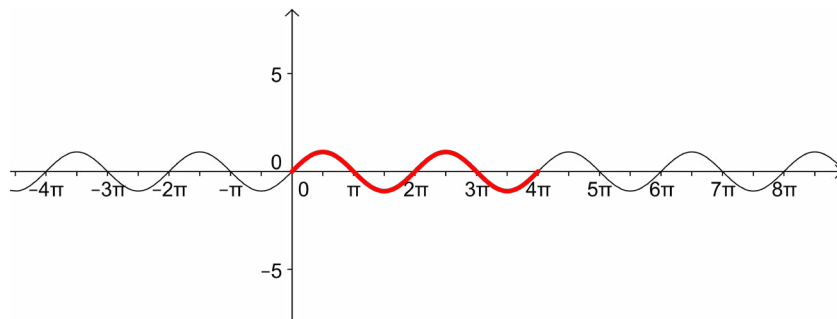
Běhající hadi

Zadání: Uděláme animaci s běhajícími hady.



Zadání úlohy „Běhající hadi“

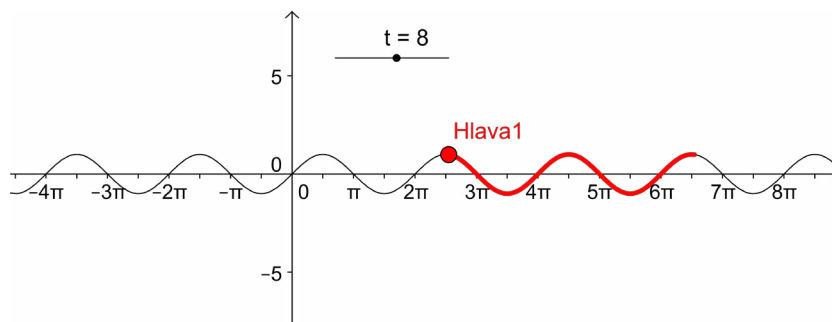
Jednotlivé křivky (hady) budeme tvořit pomocí funkce $y = \sin(x)$. První had jsou dvě periody funkce sinus. Příkazem `had=Funkce(sin(x), 0, 4*pi)` zadáme funkci sinus na intervalu $\langle 0, 4\pi \rangle$.



Příprava na prvního hada

Dále hada „rozhýbeme“, tj. budeme měnit jeho definiční obor a tím zobrazovat postupně jinou část grafu, z čehož vznikne dojem pohybu.

1.		Vytvoříme posuvník t od -100 do 100 s krokem 0.1
2.	vstup:	Zadáme prvního hada <code>had1=Funkce(sin(x), t, t+4*pi)</code> a můžeme mu změnit barvu a zvětšit tloušťku čáry.
3.	vstup:	Přidáme mu hlavu jako bod na začátku křivky (levém konci) <code>Hlava1=(t, had1(t))</code> a můžeme ji změnit na červenou a zvětšit velikost.
4.		Měníme hodnotu posuvníku t .
5.		Nastavíme animaci jen jedním směrem, ve Vlastnostech posuvníku zvolíme <i>Animace</i> → <i>Klesající</i> .
6.		Animaci spustíme pravým tlačítkem na posuvník – <i>Animace zapnuta</i> .



Had s posuvníkem

Ke konstrukci ostatních hadů použijeme stejný posuvník.

7.	Vstup:	Zadáme druhého hada, který leží na grafu funkce $y = \sin(x) + 30$ <code>had2=Funkce(sin(x)+30,t,t+4*pi)</code>
8.	Vstup:	Přidáme mu hlavu jako bod na začátku křivky (levém konci) <code>Hlava2=(t, had2(t))</code>
9.	Vstup:	Zadáme třetí hada, který leží na grafu funkce $y = \sin(x)$ na intervalu $\langle 12\pi, 20\pi \rangle$. <code>had3=Funkce(sin(x),t+12*pi,t+20*pi)</code>
10.	Vstup:	Přidáme mu hlavu jako bod na začátku křivky (levým konci) <code>Hlava3=(t+12*pi, had3(t+12*pi))</code>
11.	Vstup:	<code>had4=Funkce(sin(x)+x,t+10*pi,t+16*pi)</code> <code>Hlava4=(t+10*pi, had4(t+10*pi))</code>
12.	Vstup:	<code>had5 = Funkce(sin(x)-30,-t,-t+4*pi)</code> <code>Hlava5=(-t+4*pi, had5(-t+4*pi))</code>



<https://www.geogebra.org/m/s2pJGAUV>

Nejmenší společný násobek

Zadání: Vytvoříme aplikaci, ve které se vygenerují dvě náhodná přirozená čísla (od 2 do 20) a uživatel musí určit jejich nejmenší společný násobek. Jako nápověda se zobrazí násobky čísel.

Nejmenší společný násobek čísel 14 a 4 je 28

Správně

Nový příklad

☒ Nápověda

pocet = 4

Násobky čísla 14 jsou {14, 28, 42, 56}

Násobky čísla 4 jsou {4, 8, 12, 16}

1.	vstup:	Do vstupu zadáme postupně tyto příkazy: $a = 14, b = 4, tip = 28$
2.	vstup:	Do vstupního pole zadáme výsledek: $vyseledek = nsn(a, b)$
3.	ABC	Text "Nejmenší společný násobek čísel a a b je", přičemž a , b vybereme jako <i>Objekt</i> .
4.	a = 1	Vložíme textové pole, propojíme s objektem <code>tip</code> a ve <i>Vlastnostech</i> zrušíme <i>Zobrazit popisek</i> a ve <i>Stylu</i> nastavíme velikost pole na 5.
5.	OK	Tlačítko s popisem "Nový příklad" a skriptem $a = NahodneMezi(2, 20)$ $b = NahodneMezi(2, 20)$ $tip = 0$ Tyto řádky vygenerují náhodná čísla a, b a do čísla <code>tip</code> nastaví hodnotu 0.
6.	ABC	Vložíme text "Správně", kterému ve <i>Vlastnostech, Pro Pokročilé</i> nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> na $tip == vysledek$
7.	ABC	Text "Zkus to znova", kterému <i>Vlastnostech, Pro Pokročilé</i> nastavíme <i>Podmínky zobrazení objektu</i> na $tip! == vysledek$

Úprava počátečních hodnot

Upravíme aplikaci tak, aby se texty "Správně" a "Zkus to znova" nezobrazovaly, dokud uživatel nežadá svůj tip.

8.		Do skriptu Tlačítka (Vlastnosti, Skriptování, Po kliknutí) přidáme řádek <code>zobraz = false</code>
9.		Do skriptu Textového pole (Vlastnosti, Skriptování, Po kliknutí) napíšeme řádek <code>zobraz = true</code>
10.		Do podmínky zobrazení textů "Správně" přidáme logickou proměnnou, tedy podmínka bude: <code>tip == vysledek ∧ zobraz</code>
11.		Do podmínky zobrazení textů "Zkus to znova" přidáme logickou proměnnou, tedy podmínka bude: <code>tip! = vysledek ∧ zobraz</code>

Nápověda – násobky čísel

12.		Vytvoříme posuvník pocet pro celé číslo od 1 do 20.
13.		Pro číslo a vytvoříme posloupnost jeho násobků: <code>anasobky = Posloupnost(i * a, i, 1, pocet)</code>
14.	ABC	Vložíme text: "Násobky čísla a jsou <input]"<="" td="" type="text" value="anasobky"/>
15.		Pro číslo b vytvoříme posloupnost jeho násobků: <code>bnasobky = Posloupnost(i * b, i, 1, pocet)</code>
16.	ABC	Vložíme text: "Násobky čísla b jsou <input]"<="" td="" type="text" value="bnasobky"/>
17.		Zaškrkávací políčko s popisem "Nápověda", kterému přiřadíme vybrané objekty: pocet a oba texty zobrazující násobky.

Jak připravit vhodné hodnoty a, b

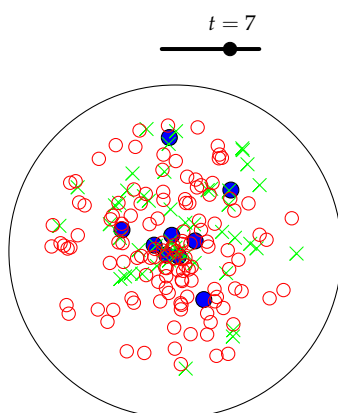
Pokud nebudeme spokojeni s náhodnými čísly, můžeme připravit několik vhodných příkladů (dvojic čísel a, b) a náhodně generovat pořadí příkladu.

18.		Vytvoříme příklady: <code>priklady = {{4, 6}, {15, 10}, {14, 21}, {20, 30}, {8, 12}}</code>
19.		Upravíme Skript u Tlačítka takto: <code>k = NahodneMezi(1, 5)</code> <code>a = Prvek(priklady, k, 1)</code> <code>b = Prvek(priklady, k, 2)</code> <code>zobraz = false</code> <code>tip = 0</code>



Bakterie v mikroskopu

Zadání: Pohled do mikroskopu, kde se množí tři druhy bakterií.



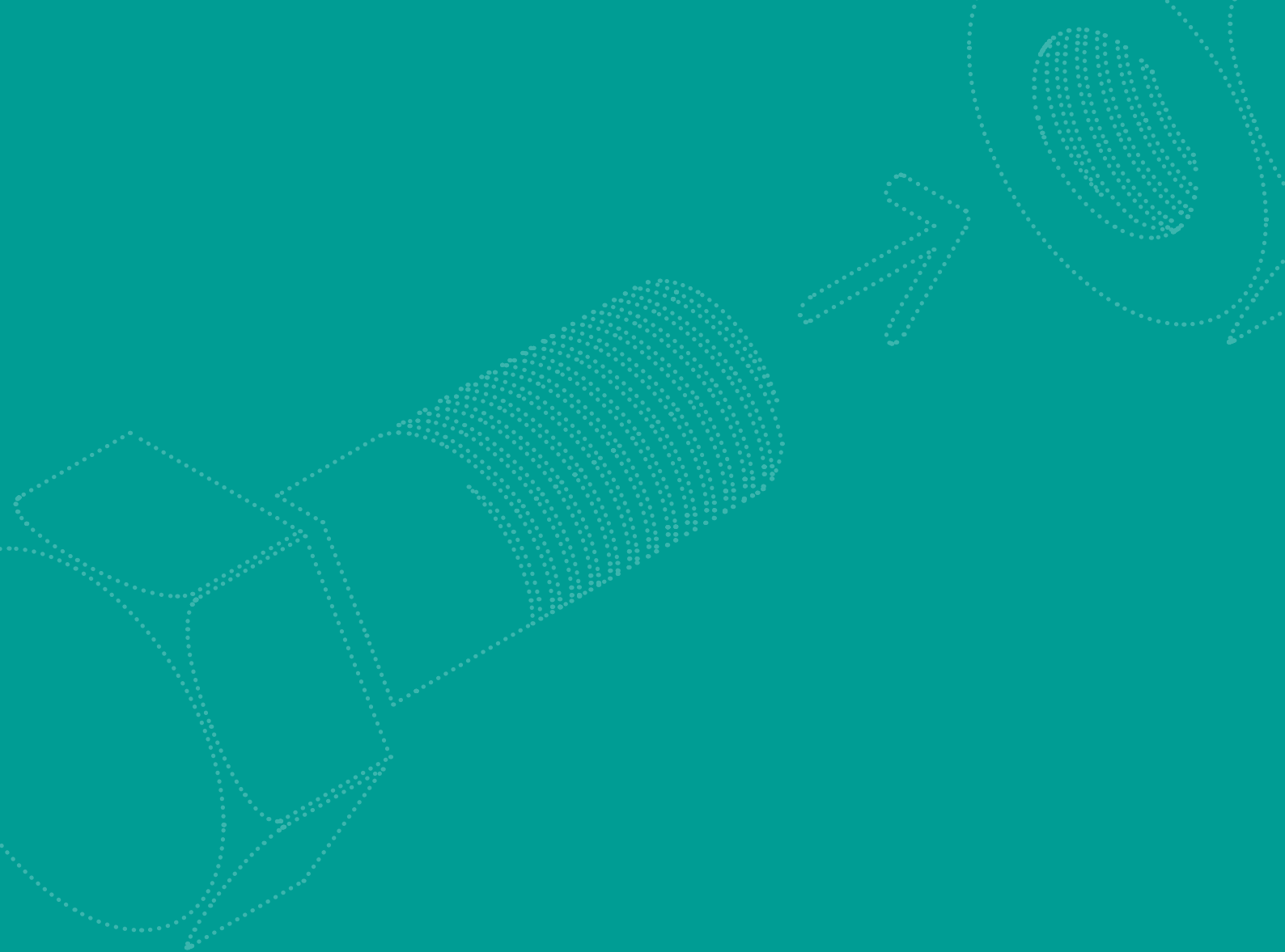
1.		Vytvoříme kružnici, která je pojmenována c .
2.		Vytvoříme posuvník t pro celé číslo od 0 do 10.
3.		Zadáme funkci popisující počet bakterií $f(x) = x + 2$ a zrušíme zobrazení této funkce (pravým tlačítkem <i>Zobrazit objekt</i>).
4.		Vytvoříme body (bakterie). $\text{Posloupnost}(\text{NahodnyBodV}(c), i, 0, f(t))$
5.		Měníme hodnoty posuvníku.

Přidáme další typy bakterií, jejichž počet je popsán kvadratickou nebo exponenciální funkcí.

6.		Zadáme funkci popisující počet bakterií $g(x) = x^2$ a zrušíme zobrazení této funkce.
7.		Vytvoříme body (bakterie). $\text{Posloupnost}(\text{NahodnyBodV}(c), i, 0, g(t))$
8.		Změníme barvu tohoto seznamu.
9.		Zadáme funkci popisující počet bakterií. $h(x) = 2^x$ a zrušíme zobrazení této funkce.
10.		Vytvoříme body (bakterie). $\text{Posloupnost}(\text{NahodnyBodV}(c), i, 0, h(t))$
11.		Změníme barvu tohoto seznamu.
12.		Měníme hodnoty posuvníku.



<https://www.geogebra.org/m/kRaRmAjb>



**ZLEPŠI SI
TECHNIKU**

www.zlepsisitechniku.cz

**VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA**

OSTRAVA!!!